

# Kreisteile

## Teil1 - Lösung

### Aufgabe 1:

In einer Pizzeria werden zwei Größen angeboten: Normal und Mini. Die normale Pizza hat einen Durchmesser von 24 cm und kostet 4,50 €. Die Mini-Pizza hat einen Durchmesser von 20 cm und kostet einen Euro weniger. Vergleiche die Preise!

Es wird der Preis auf eine Flächeneinheit (z.B.  $\text{cm}^2$ ) bezogen und dann verglichen.

$$A_{\text{mini}} = 10^2\pi = 314,15 \text{ cm}^2 \Rightarrow 1 \text{ cm}^2 \text{ kostet } 3,50\text{€}/314,15 = 0,011 \text{ €}$$

$$A_{\text{normal}} = 12^2\pi = 452,39 \text{ cm}^2 \Rightarrow 1 \text{ cm}^2 \text{ kostet } 4,50\text{€}/452,39 = 0,009\text{€}$$

Die normale Pizza ist günstiger.

### Aufgabe 2:

Bestimme den Radius eines Kreises, der den gleichen Flächeninhalt wie ein Quadrat hat, dessen Umfang 16 cm beträgt.

$$\text{Quadratseite } a=U/4=4 \text{ cm} \Rightarrow A_{\text{Quadrat}}=16 \text{ cm}^2 = A_{\text{Kreis}} \Rightarrow r^2\pi = 16 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2,25 \text{ cm}$$

### Aufgabe 3:

Ein quadratischer und ein kreisförmiger Tisch haben jeweils einen Flächeninhalt von  $1 \text{ m}^2$ . Wie groß sind die Umfänge?

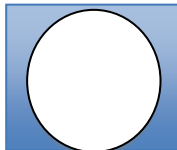
$$\text{Kreis: } A=r^2\pi \Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \Rightarrow r = 0,56 \text{ m}; U_{\text{Kreis}} = d\pi \Rightarrow U_{\text{Kreis}} = 3,52 \text{ m}$$

$$\text{Quadrat: } A=a^2 \Rightarrow a = \sqrt{A} \Rightarrow a=1 \text{ m}; U_{\text{Quadrat}}= 4a \Rightarrow U_{\text{Quadrat}} = 4 \text{ m}$$

### Aufgabe 4:

Aus einem rechteckigen Tuch mit den Maßen  $1,2 \text{ m} \times 1,5 \text{ m}$  wird ein möglichst großes Kreisstück geschnitten. Wie groß ist der Abfall in Prozent?

$$A_{\text{Rechteck}} = a \cdot b = 1,2 \cdot 1,5 = 1,8 \text{ m}^2$$



$$A_{\text{Kreis}} = r^2\pi; r = 0,6 \text{ m} \Rightarrow A_{\text{Kreis}}=1,13 \text{ m}^2$$

$$\text{Kreisfläche in Prozent: } 1,13/0,018 = 62,7\% \Rightarrow \text{Abfall: } 37,3\%$$

### Aufgabe 5:

Das Rad eines Eisenbahnwagens hat einen Durchmesser von 85 cm. Wie viele Umdrehungen macht das Rad in einer Stunde, wenn der Zug mit einer Geschwindigkeit von 70 km/h fährt?

In einer Stunde wird bei dieser Geschwindigkeit eine Strecke von 70 km zurückgelegt. Die Frage ist, wie oft der Radumfang in 70 km passen.

$$U_{\text{Rad}} = d\pi = 0,85\pi \text{ m} = 2,67 \text{ m} \Rightarrow \text{Umdrehungen } n=70 \text{ 000 m} : 2,67\text{m} = 26 \text{ 217}$$

### Aufgabe 6:

Die Räder eines Fahrrads haben einen Durchmesser von 80 cm.

# Kreisteile

## Teil1 - Lösung

- a) Wie viele Umdrehungen macht das Rad auf einem km ? Runde das Ergebnis auf ganze Umdrehungen.

$$U_{\text{Rad}} = d\pi = 0,80\pi \text{ m} = 2,51 \text{ m} \Rightarrow \text{Umdrehungen } n = 1\,000 \text{ m} : 2,51 \text{ m} = 398$$

- b) Da die Räder nicht genügend aufgepumpt sind, verringert sich der Durchmesser um 2 cm. Wie viele Umdrehungen braucht das Rad jetzt pro km?

$$U_{\text{Rad}} = d\pi = 0,78\pi \text{ m} = 2,45 \text{ m} \Rightarrow \text{Umdrehungen } n = 1\,000 \text{ m} : 2,45 \text{ m} = 408$$

### Aufgabe 7:

Die Erde hat einen Radius von etwa 6370 km.

- a) Wie lang ist der Äquator?

$$U_{\text{Erde}} = l_{\text{Äquator}} = d\pi = 2 \cdot 6370\pi \text{ km} = 40\,024 \text{ km}$$

- b) Nimm an, der Äquator sei 40.000 km lang. Es wird ein Seil um den Äquator gespannt. Wir verlängern das Seil um 1 m . Wie breit ist jetzt der Abstand zwischen Erde und Seil?

Man muss die Radien für die Umfänge 40 000,001 km und 40 000 km berechnen.

$$U_1 = 2r_1\pi \Rightarrow r_1 = U_1/2\pi = 40\,000/2\pi = 6\,366,197724 \text{ km}$$

$$U_2 = 2r_2\pi \Rightarrow r_2 = U_2/2\pi = 40\,000,001/2\pi = 6\,366,197883 \text{ km}$$

Das Seil ist etwa 16 cm von der Oberfläche der Erde entfernt.

### Aufgabe 8:

Der große Zeiger einer Uhr ist 3 cm, der kleine 2 cm lang. Berechne die Wege beider Zeigerspitzen nach 12 Stunden.

$$\text{Weg des großen Zeigers: } s_{\text{gr}} = 12 \cdot U_{r_1} = 12 \cdot 2 \cdot r_1 \cdot \pi = 12 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \pi = 226,2 \text{ cm}$$

$$\text{Weg des kleinen Zeigers: } s_{\text{kl}} = 1 \cdot U_{r_2} = 2 \cdot r_2 \cdot \pi = 2 \cdot 2 \cdot \pi = 12,56 \text{ cm}$$

### Aufgabe 9:

- a) Der Umfang eines kreisrunden Teiches beträgt 150 m .

Wie groß ist seine Fläche ?

$$U = 2r\pi \Rightarrow r = U/2\pi = 150/2\pi = 23,87 \text{ m}$$

$$A = r^2\pi \Rightarrow A = 23,87^2\pi = 1\,790 \text{ m}^2$$

- b) Um den Teich führt ein 2 m breiter Weg. Bestimme seine Fläche.

Zwei Kreise mit  $r_1 = 23,87 \text{ m}$  und  $r_2 = 25,87 \text{ m}$

$$\text{Die gesuchte Fläche } A = r_2^2\pi - r_1^2\pi = (r_2^2 - r_1^2)\pi = (25,87^2 - 23,87^2) \pi = 312,52 \text{ m}^2$$

### Aufgabe 10:

Berechne die fehlenden Größen bei einem Kreisausschnitt:

	a)	b)	c)	d)
$\alpha$	$60^\circ$	$90^\circ$	$57,3^\circ$	$286,5^\circ$
$r$	80,2 cm	22,6 cm	10 cm	10 cm
$b$	84 cm	35,49 cm	10 cm	50 cm
$A$	3367,8 cm <sup>2</sup>	400 cm <sup>2</sup>	50 cm <sup>2</sup>	250 cm <sup>2</sup>

# Kreisteile

## Teil1 - Lösung

Anmerkung zu d): Weil  $A = \frac{r^2 \rho a}{360}$  und  $b = \frac{\rho a}{180} \Rightarrow A = b \frac{r}{2}$  ist, lässt sich daraus r berechnen.

### Aufgabe 11:

Der große Zeiger einer Uhr ist 4 cm, der kleine 3 cm lang.

a) Welchen Gesamtweg haben die beiden Zeigerspitzen nach 1 Stunde zurückgelegt ?

Weg des großen Zeigers:  $s_{gr} = 1 \cdot U_{r1} = 1 \cdot 2 \cdot r_1 \cdot \pi = 2 \cdot 4 \cdot \pi = 25,13 \text{ cm}$

Weg des kleinen Zeigers:  $s_{kl} = U_{r2}/12 = 2 \cdot r_2 \cdot \pi / 12 = 2 \cdot 3 \cdot \pi / 12 = 1,57 \text{ cm}$

b) Welche Gesamtfläche überstreichen dabei die Zeiger ?

großer Zeiger:  $A_1 = r_1^2 \pi \Rightarrow A = 4^2 \pi = 50,26 \text{ cm}^2$

kleiner Zeiger:  $A_2 = r_2^2 \pi \alpha / 360 \Rightarrow A = 3^2 \pi 30 / 360 = 2,35 \text{ cm}^2$

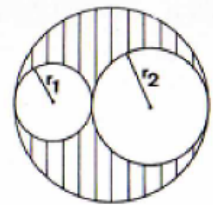
### Aufgabe 12:

Der Radius  $r_2$  des großen Kreises beträgt 10 cm, der des kleinen  $r_1 = 3 \text{ cm}$ .

a) Wie groß ist die schraffierte Fläche ?

b) Berechne den Umfang des ganz großen Kreises und den

Gesamtumfang der beiden kleinen Kreise und vergleiche sie.



a) Der Radius des großen Kreises:  $r = (2r_1 + 2r_2) / 2 = r_1 + r_2 = 13 \text{ cm}$

$A = r^2 \pi - (r_1^2 \pi + r_2^2 \pi) = 13^2 \pi - (3^2 \pi + 10^2 \pi) = 188,5 \text{ cm}^2$

b) Umfang des großen Kreises:  $U = 2(r_1 + r_2) \pi = 2 \cdot 13 \pi \text{ cm} = 26 \pi \text{ cm}$

Umfang des kleinen Kreises  $U_1 = 2 \cdot r_1 \pi = 6 \pi \text{ cm}$

Umfang des größeren Kreises  $U_2 = 2 \cdot r_2 \pi = 20 \pi \text{ cm}$

$\Rightarrow U_1 + U_2 = 26 \pi \text{ cm}$

$\Rightarrow$  Vergleich:  $U = U_1 + U_2 = 26 \pi \text{ cm}$